

Le prime 12 terne pitagoriche con  $b=a+1$  (escludendo la terna base 3,4,5)

Metodo risolutivo by Mario De Paz

Posto  $b=a+1$ , chiamando  $q=c-a$ , si ha

$b^2-q^2=2aq$  ovvero  $a^2+2a-2qa+1-q^2=0$  e, risolvendo rispetto ad  $a$

$$a=q-1+(2q^2-2q)^{1/2}$$

Ora è sufficiente trovare quali numeri  $q$  soddisfino alla condizione che  $2q^2-2q$

sia un quadrato perfetto. Per questo è necessario usare il computer ed un

semplicissimo programma basic in doppia precisione dal quale si ottengono le 10

terne sottostanti. Andare oltre con questa formula è difficile a causa

dell'elevata precisione di calcolo richiesta.

1.	20	21	29
2.	119	120	169
3.	696	697	985
4.	4059	4060	5741
5.	23660	23661	33461
6.	137903	137904	195025
7.	803760	803761	1136689
8.	4684659	4684660	6625109
9.	27304196	27304197	38613965
10.	159140519	159140520	225058681

Tuttavia, è possibile aggirare l'ostacolo definendo la variabile  $q_0$  come  $q^{1/2}$

oppure  $(q-1)^{1/2}$  in modo che  $q_0$  sia intero. I due modi si alternano ed il primo

corrisponde a valori pari di  $a$ , mentre il secondo modo corrisponde ai valori

dispari di  $a$ . Le differenze fra i valori successivi  $\text{delta}q_0$  e  $\text{vardelta}q_0$  sono

rappresentati nella tabella sottostante dove si vede che  $\text{vardelta}q_0$  tende ad un

valore praticamente costante dopo le prime otto terne con  $b=a+1$ , la prima delle

quali è la terna di base 3,4,5. Inoltre, per calcolare  $a$  si usa l'artificio

seguito

$$a=q-1+q(2-2/q)^{1/2}$$

che permette di utilizzare al meglio la doppia precisione di basic o excel, non

essendo necessario introdurre i quadrati di numeri molto elevati che

impedirebbero il calcolo in modo adeguato. Sfruttando queste strategie si

ottengono anche le terne superiori alla decima della serie indicata in

precedenza, in particolare la dodicesima, come richiesto dal problema posto.

Si calcolano innanzitutto le prime 10 col basic, quindi si calcola  $\text{delta}q_0$

dell'undicesima partendo da quello della decima moltiplicato per 2.414213, si

somma  $\text{delta}q_0$  a quello della terna precedente ottenendo  $q_0$ , si eleva al

quadrato ottenendo  $q$  e infine  $a$  e  $b$  mediante l'algoritmo. Con lo stesso

procedimento si ottiene la dodicesima terna avendo l'avvertenza di aggiungere 1

al quadrato di  $q_0$  essendo dispari  $a$  della dodicesima terna.

a	b	c	q	$q_0$	$\text{delta}q_0$	$\text{vardelta}q_0$
3	4	5	2	1	1	1
20	21	29	9	3	2	1
119	120	169	50	7	4	2.0
696	697	985	289	17	10	2.5
4059	4060	5741	1682	41	24	2.4
23660	23661	33461	9801	99	58	2.416666
137903	137904	195025	57122	239	140	2.413793
803760	803761	1136689	332929	577	338	2.414285
4684659	4684660	6625109	1940450	1393	816	2.414201
27304196	27304197	38613965	11309769	3363	1970	2.414215
159140519	159140520	225058681	65918162	8119	4756	2.414213
927538920	927538921	1311738121	384199201	19601	11482	2.414213
5406093003	5406093004	7645370045	2239277042	47321	27720	2.414213